



ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

<https://ktpu.kpi.ua/syllabus/bakalavrat/>

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>28 Публічне управління та адміністрування</i>
Спеціальність	<i>281 Публічне управління та адміністрування</i>
Освітня програма	<i>Адміністративний менеджмент, Електронне урядування</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)/дистанційна/змішана)/ заочна</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>120 год (4 кредити ЕКТС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік Модульна контрольна робота, розрахункова робота, роботи з комп'ютерного практикуму</i>
Розклад занять	<i>Лекції, практичні заняття, комп'ютерний практикум – раз на два тижні; rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Селезньова Надія Петрівна, к.фіз.-мат.н., доцент (лекції, практичні, комп. практикум) nadijasel@gmail.com</i>
Розміщення курсу	<i>https://mph.kpi.ua/ https://campus.kpi.ua/tutor/index.php?mode=mob&show&irid=255813</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування базових знань з основ стохастичності та застосування ймовірнісного апарату для розв'язування теоретичних і практичних задач у професійній діяльності, а також розвитку логічного та алгоритмічного мислення при виявленні та дослідженні закономірностей, яким підпорядковуються реальні соціальні і

економічні процеси, зокрема у сфері адміністрування, на основі певних статистичних даних та в умовах невизначеності.

- програмні компетентності:

1. (ЗК1)¹ Здатність самостійно навчатися та оволодівати сучасними знаннями.
2. (ЗК9) Здатність до пошуку обробки та аналізу інформації із різних джерел.

- програмні результати навчання:

1. (11) Уміти здійснювати пошук та узагальнення інформації, робити висновки і формувати рекомендації в межах своєї компетенції.
2. (16) Використовувати дані статистичної звітності, обліку та спеціальних досліджень у професійній діяльності.

В результаті вивчення освітнього компоненту здобувачі вищої освіти:

- знатимуть термінологію та основні поняття дисципліни, умітимуть використовувати елементи комбінаторики та відносну частоту випадкової події для розв'язування практичних задач.
- умітимуть здійснювати операції над випадковими подіями та обчислювати ймовірності суми та добутку випадкових подій.
- умітимуть здійснювати аналіз та обчислення ймовірності появи випадкової події у повторних незалежних випробуваннях в залежності від умов їх проведення.
- знатимуть закони розподілу ймовірностей дискретних випадкових величин. Умітимуть їх використовувати для дослідження та аналізу економічних процесів, зокрема у сфері фінансівта управлінських задачах використовуючи числові характеристики досліджуваних показників.
- умітимуть досліджувати неперервні випадкові величини та використовувати їх для дослідження і аналізу економічних процесів, управлінських задач, використовуючи математичне сподівання, дисперсію, середньоквадратичне відхилення, початкові та центральні моменти
- знатимуть та вмітимуть використовувати закон великих чисел в наукових дослідженнях економічних та управлінських показників діяльності.
- використовуватимуть методи аналізу та оцінювання програм сталого розвитку за допомогою стохастичних моделей.
- зможуть на основі отриманої інформації вносити пропозиції щодо оптимізації діяльності організації (підрозділу).
- засобами доступних пакетів прикладних програм розв'язувати ряд обчислювальних ймовірносних задач.

¹ у дужках після номеру подано шифр компетентності чи результату навчання згідно з ОПП.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Засвоєння дисципліни є неможливим без знань елементів матричного числення, основ аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення, теорії функцій багатьох змінних. За структурно-логічною схемою підготовки фахівця дана навчальна дисципліна тісно пов'язана з дисципліною «Статистика». Також слід врахувати, що вивчення основ теорії ймовірності сприятиме розвиненню спеціальних компетентностей у галузі розробки тактичних та оперативних планів управлінської діяльності, здатності до дослідницької та пошукової діяльності ймовірнісними методами у сфері публічного управління та адміністрування. Без базових знань з теорії ймовірностей є неможливим повноцінне засвоєння таких дисциплін як статистика, логіка, кібернетика та системний аналіз, моделювання та прогнозування моделей та систем, основи менеджменту, теорія прийняття управлінських рішень.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. Визначений інтеграл. Означення, властивості, методи обчислення, невластні інтеграли I, II роду, застосування до задач геометрії, економіки.
2. Елементи комбінаторики.
3. Класифікація подій. Класичне, статистичне, геометричне та аксіоматичне означення ймовірності. Дії над подіями.
4. Умовна ймовірність, незалежні події. Теорема добутку залежних та незалежних подій.
5. Формула повної ймовірності та формула Байєса. Теоретико-множинна трактовка основних понять.
6. Повторні незалежні досліді: формули Бернуллі, Пуассона, локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа.
7. Випадкові величини: Поняття випадкової величини, математичні операції над випадковими величинами, основні характеристики дискретної випадкової величини.
8. Неперервні випадкові величини. Основні характеристики: щільність (густина) ймовірності, мода, медіана, моменти випадкових величин, асиметрія, ексцес.
9. Основні закони розподілу: біноміальний, Пуассона, рівномірний, показниковий, нормальний, та їх властивості.
10. Закон великих чисел та граничні теореми: нерівність Маркова, нерівність Чебишова, теорема Бернуллі, центральна гранична теорема.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Істер О. С. Комбінаторика, біном Ньютона та теорія ймовірностей у школі. - Київ: - "Факт", 1997 - 183 с.

2. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч.–метод. Посібник: У 2-х ч. – К.:КНЕУ, 2001.
3. Спеціальні питання вищої математики. Елементи теорії ймовірностей. Теорія і практикум. [Електронний ресурс] навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Н.П. Селезньова, Т.О. Рудик, О.В. Суліма, Ю.В. Киричук, Н.М. Назаренко та інш.; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 0,97 Мбайт). – Київ :КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 78 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42309>
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: "ВЫСШАЯ ШКОЛА", 1998 - 400 с.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.- М.:-"ВЫСШАЯ ШКОЛА", 1998 - 480 с.
6. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика.- М.:-"ЮНИТИ", 2006–574с.
7. Салманов О.Н. Математическая экономика с применением "Mathcad и Excel" - "БХВ-Петербург", 2003- 452 с.
8. Минько А.А. Статистический анализ в MS EXCEL.: М.: "ВИЛЬЯМС", 2004.-448с.

Додаткова література

9. Селезньов С.В., Селезньова Н.П. Гендерний розподіл голосів респондентів як фактор у статистичних дослідженнях. Математика в сучасному технічному університеті: матеріали III Міжнар. наук.-практ. конф. (Київ, 25-26 груд. 2014р.). – К.: НТУУ "КПІ", 2015. 363-364с.
10. Конєва Я.П., Селезньова Н.П. Статистичні методи дослідження рівня толерантності поляків до української меншини на Вармії і Мазурах на прикладі обробки анкет соціологічного опитування. Великі війни, великі трансформації: історична соціологія 20-го століття, 1914-2014: тези доп.// Матеріали між нар.наук.-практ. конф. (м. Київ, 27-28 листопада 2014р.). – К.: НТУУ "КПІ", 2014. – 307-309с.
11. Селезньова Н.П. Математичне моделювання моніторингу якості освіти / Н.П. Селезньова, Т.О. Рудик // Development trends in pedagogical and psychological sciences: the experience of counties of Eastern Europe and prospects of Ukraine: monograph / edited by authors. - 2nd ed. - Riga, Latvia : "Baltija Publishing", 2018. – P. 298-317.; DOI <https://dx.doi.org/doi.org/10.30525/978-9934-571-27-5>;
Наукометричні БД:Web of Science
12. Дубовик В.П. Вища математика. /Дубовик В.П., Юрик І.І. – Київ.: Навч. посіб., 2005.- 432с.

Відео youtube, лекції з теорії ймовірностей (розроблені іноземцями)

<https://www.youtube.com/watch?v=LrsMQY91ZRE>

<https://www.youtube.com/watch?v=y0h5GrRvTKw>

Онлайн курси з теорії ймовірностей (міжнародні)

<http://www.intuit.ru/studies/courses/637/493/info>

<https://www.adme.ru/svoboda-kultura/100-onlajn-kursov-ot-luchshih-universitetov-mira-kotorye-mozhno-projti-sovershenno-besplatno-2033715/>

Короткий курс з теорії ймовірності (вітчизняні електронні підручники)

<https://www.uzhnu.edu.ua/uk/infocentre/get/4869>

https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/23501/1/NP%28T_Ym%29_1.pdf

Інформація про інші основні та додаткові матеріали або посилання на матеріали чи ресурси, потрібні для вивчення навчальної дисципліни, публікуються у кампусі та на сайті кафедри: <https://mph.kpi.ua/>.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Завдання та методичні рекомендації до виконання практичних робіт, питання до МКР, залікового контролю та інші матеріали публікуються у кампусі та на сайті кафедри: <https://mph.kpi.ua/>.

Орієнтовні плани лекційних та практичних занять для денної та заочної форм навчання наведені нижче (теми практичних занять повністю відповідають темам лекцій).

Денна та заочна форма навчання

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість лекційних годин Денна/заочна	Кількість годин для практичних занять Денна/заочна	Самостійна робота
1	Визначений інтеграл. Означення, основні властивості та методи обчислень, невласні інтеграли I,II роду.. Застосування визначеного інтегралу до задач геометрії та економіки. <i>Завдання на СРС: Задачі [13,14]</i> <i>Дидактичні засоби: [13,14]</i>		2	10
2	Елементи комбінаторики.	2/1	1	2

	Розміщення, Перестановки, сполучення. <i>Завдання на СРС: Задачі [1,3,4]</i> <i>Дидактичні засоби: [1,3,5,6]</i>			
3	Випадкові події. Класичне, статистичне, геометричне та аксіоматичне означення імовірності. Дії над подіями. <i>Завдання на СРС: Задачі [3,4]</i> <i>Дидактичні засоби: [1,3,5,6]</i>	2/1	1/0	2
4	Умовна ймовірність, незалежні події. Теорема добутку залежних та незалежних подій. <i>Завдання на СРС: Задачі [3,4]</i> <i>Дидактичні засоби: [1,3,5,6]</i>	2/1	2/0	4
5	Формула повної ймовірності та формула Байєса. Теоретико-множинна трактовка основних понять. <i>Завдання на СРС: Задачі [3,4]</i> <i>Дидактичні засоби: [3,5,6]</i>	2/1	2/0	2
6	Повторні незалежні досліди. Формули Бернуллі, Пуассона, локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. <i>Завдання на СРС: Задачі [1,3,4]</i> <i>Дидактичні засоби: [1,3,5,6]</i>	2/0	2/0	2
7	Випадкові величини. Поняття випадкової величини, математичні операції над випадковими величинами, основні характеристики дискретної випадкової величини: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення. <i>Завдання на СРС: Задачі [3,4]</i> <i>Дидактичні засоби: [3,5,6]</i>	2/0	2/0	2
8	Випадкові величини. Неперервні випадкові величини. Основні характеристики: щільність (густина) імовірності, мода, медіана,	2/0	2/0	2

	моменти випадкових величин, асиметрія, ексцес. <i>Завдання на СРС: Задачі [3,4]</i> Дидактичні засоби: [3,5,6]			
9	Основні закони розподілу: біноміальний, Пуассона, рівномірний, показниковий, нормальний, їх характеристики та властивості. <i>Завдання на СРС: Задачі [3,4]</i> Дидактичні засоби: [3,5,6]	3/0	2/0	2
10	Закон великих чисел та граничні теореми. Нерівність Маркова, нерівність Чебишева, теорема Бернуллі, центральна гранична теорема. <i>Завдання на СРС: Задачі [3,4]</i> Дидактичні засоби: [3,5,6]	2	2	6

Орієнтовні плани занять з комп'ютерного практикуму для денної форми навчання наведені нижче.

Для заочної форми навчання комп'ютерний практикум не передбачено.

Комп'ютерний практикум проводиться за принципом "збірника рецептів", які часто застосовуються на практиці і достатньо просто реалізуються в електронній таблиці. Практикум має надати практичні навички роботи користувача ПЕОМ, необхідні в подальшій професійній діяльності.

№	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість годин
1	Обчислення комбінаторних виразів засобами доступного ПО Дидактичні засоби: [7,8]	2
2	Повторні досліді, схема Бернуллі, формули Муавра – Лапласа та Пуассона. Реалізація задач на доступному ПО. Дидактичні засоби: [7,8]	4

3	Випадкові величини. Числові характеристики випадкових величин. Статистичні функції доступного ПО, робота з ними. <i>Дидактичні засоби: [7,8]</i>	4
4	Полігон, гістограма, кругова діаграма, графік функції розподілу дискретної випадкової величини – побудова засобами доступного ПО. <i>Дидактичні засоби: [7,8]</i>	4
5	Надбудова: пакет аналізу, описова статистика у доступному ПО. <i>Дидактичні засоби: [7,8]</i>	4

6. Самостійна робота студента

Питання до самостійного опрацювання зазначені в завданнях до практичних занять. Тема «Визначений інтеграл» виноситься на самостійне опрацювання. Також до самостійної роботи студента відносяться поточні завдання для домашніх робіт та завдання РР.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Система вимог, які викладач ставить перед студентом:

- правила відвідування занять (як лекцій, так і практичних/лабораторних);
- Відвідування лекцій, практичних занять, занять з комп'ютерного практикуму а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання семестрового індивідуального завдання. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички.
- **правила поведінки на заняттях:**
 - активність студента на занятті означає розв'язування задач та відповіді на теоретичні питання коло дошки;
 - під час заняття обов'язково мають бути відключеними телефони та будь-які гаджети;
 - захист РР та завдань комп'ютерного практикуму відбувається після представлення відповідних робіт у письмовому/електронному вигляді. Захист робіт включає в себе питання теоретичного характеру, згідно темі роботи;

- контрольна, розрахункова роботи, завдання з комп'ютерного практикуму, які подаються на перевірку з порушенням терміну виконання, оцінюються із врахуванням штрафних балів.
- заохочувальні бали надаються за підготовку доповіді на конференцію, написанні під керівництвом викладача наукової роботи, розв'язування задач підвищеної складності;
- передбачено перескладання модульних контрольних робіт (не більше двох раз). Обов'язково слід виконати роботу над помилками в РР, якщо такі помилки буде допущено
- роботи виконані несамоостійно, чи за допомогою онлайн-калькулятора, не зараховуються.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: відповіді на практичних заняттях, експрес-опитування та тести, МКР.

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Для тих студентів, які протягом семестру не наберуть достатню кількість балів передбачено підсумкову контрольну роботу

Семестровий контроль: залік

Рейтингова система оцінювання для денного навчання

№ з/п	Контрольний захід оцінювання	%	Ваговий бал	Кіл-ть	Всього
1.	Активність на практичних заняттях	10	2	5	10
2.	Експрес-контрольні (тести)	20	10	2	20
3.	МКР	20	10	2	20
4.	Виконання та захист РР	25	25	1	25
5	Комп'ютерний практикум	25	5	5	25
	Всього				100

Рейтингова система оцінювання для заочного навчання

№ з/п	Контрольний захід оцінювання	%	Ваговий бал	Кіл-ть	Всього
4.	Виконання та захист РР	50	50	1	50

6.	Підсумкова контрольна робота	50	50	1	50
	Всього				100

Критерії оцінювання кожного заходу розміщуються в кампусі та/або оголошуються перед контрольним заходом.

Обов'язкові умови допуску до заліку (денна форма навчання)		Критерій
1	Рейтинг	Не менше 36 балів
2	Експрес-контрольні та тести та МКР	Не менше 12 балів
3	Виконання та захист РР	Не менше 12 балів
4	Виконання та захист завдань комп'ютерного практикуму	Не менше 12 балів

Обов'язкові умови допуску до заліку (заочна форма навчання)		Критерій
1	Рейтинг	Не менше 60 балів
2	Експрес-контрольні тести та МКР	Не менше 30 балів
3	Виконання та захист РР	Не менше 30 балів

Заохочувальні та штрафні бали

Написання тез за тематикою навчальної дисципліни	5 балів
Написання статті або участь у міжнародних, всеукраїнських та/або інших заходах чи конкурсах (за тематикою навчальної дисципліни)	10 балів
Виконання та презентація РР із порушенням термінів	- 1 бал за кожний день затримки

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно

94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Перелік теоретичних питань курсу

1. Елементи комбінаторики: два основні правила комбінаторики, перестановки, розміщення, сполучення.
2. Випадкові події. Класифікація випадкових подій. Дії над подіями.
3. Класичне, статистичне, геометричне означення ймовірності.
4. Умовна ймовірність, незалежні події. Теорема добутку залежних та незалежних подій.
5. Сумісні та несумісні події. Теорема додавання подій.
6. Формула повної ймовірності та формула Байєса.
7. Теоретико-множинна трактовка основних понять та аксіоматична побудова теорії ймовірностей.
8. Повторні незалежні досліди: формули Бернуллі, Пуассона.
9. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. Наслідки.
10. Випадкові величини: поняття випадкової величини. Математичні операції над дискретними випадковими величинами.
11. Основні характеристики дискретної випадкової величини: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення.
12. Дискретні випадкові величини. Функція розподілу та її властивості.
13. Мода, медіана, центральні та початкові моменти випадкових величин, асиметрія, ексцес.
14. Неперервні випадкові величини. Щільність (густина) імовірності, її властивості.
15. Основні точкові оцінки неперервних випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, мода, медіана, асиметрія, ексцес та їх властивості.
16. Закони розподілу дискретних випадкових величин: біноміальний, Пуассона. Сфера їхнього застосування.
17. Закони розподілу неперервних випадкових величин: рівномірний, показниковий, нормальний. Правило трьох сигм. Сфера їхнього застосування.
18. Закон великих чисел. Нерівності Маркова та Чебишова, теореми Чебишова, Бернуллі, центральна гранична теорема.

Онлайн-курси

Дистанційне навчання через проходження сторонніх онлайн-курсів за тематикою дисципліни допускається за умови погодження із викладачем. При пред'явленні сертифікату про

проходження курсу та його програми студенту можуть бути зараховані бали за виконання певних поточних завдань (відповіді на семінарах, практичні завдання). При цьому контрольні заходи з дисципліни виконуються на загальних підставах.

Інклюзивне навчання

Навчальна дисципліна може викладатися для усіх студентів з особливими освітніми потребами та задовільним знанням курсу шкільної математики та знанням диференціального та інтегрального числення. У випадку потреби завдання можуть бути скориговані.

Приклади завдань до модульної контрольної роботи

1. Перпендикулярно фарватеру в Керченській протоці встановлено ряд мін, відстань між якими дорівнює 100 метрів. Знайти ймовірність того, що судно з найбільшою шириною 30 метрів пройде лінію перешкод без зіткнення з міною.

2. Вода в установці при очистці проходить послідовно через три фільтри. Ймовірність того, що після першого фільтру вода буде чистою дорівнює 0,7, після другого – 0,6, і після третього – 0,8. Знайти ймовірність того, що на виході установки вода буде чистою.

3. Два мисливці зробили по одному пострілу по кабану і вбили його. Як по справедливості слід поділити тушу, якщо виявилось, що влучив тільки один мисливець. Відомо, що ймовірність влучення першого стрільця дорівнює – 0,8, а другого – 0,6. (Подія A – вбили кабана, подія H_1 – влучив перший стрілець, подія H_2 – влучив другий стрілець.)

4. Тест із теорії ймовірностей складається з 10 питань, на кожне із яких необхідно надати відповідь у вигляді «так» або «ні». Знайти ймовірність того, що відповідаючи навмання (не знаючи правильних відповідей), можна успішно пройти тест, якщо для цього необхідно правильно відповісти принаймні на 7 питань.

5. Ймовірність захворіти ковідом під час епідемії для окремої людини дорівнює 0,3. Знайти ймовірність того, що із 2100 мешканців населеного пункту захворіють ковідом рівно 640 (p_1); не більше 650 (p_2); від 600 до 650 мешканців (p_3).

6. Задано щільність ймовірності неперервної випадкової величини (розподіл Лапласа): $f(x) = A \cdot e^{-|x|}$. Знайти коефіцієнт A , функцію розподілу $F(X)$, математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення та ймовірність того, що випадкова величина потрапить у проміжок $[0;1]$. Побудувати графіки функцій $f(x)$, $F(X)$.

7. Випадкова величина розподілена нормально з параметрами $a = 3$; $\sigma = 1$. Знайти ймовірність того, що випадкова величина в результаті досліду набуде значення, що належить інтервалу $(2;6)$. Знайти ймовірність того, що випадкова величина X відхилиться (за модулем) від a не більше, ніж на $\Delta = 1$. Застосовуючи правило «трьох сигм», знайти інтервал значень випадкової величини X .

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

доцентом кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь, кандидатом фіз.- мат. наук
Селезньовою Надією Петрівною

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь (протокол № 1 від 31.08.2023)

Погоджено Методичною комісією факультету соціології і права² (протокол №1 від 1.09.2023)

² Методичною радою університету – для загальноуніверситетських дисциплін.